

# 2026 年数学建模校赛 A 题

## 未来轨道交通列车的制动策略优化设计

### 问题背景

某城市轨道交通列车在平直线路路上以速度  $v_0 = 90 \text{ km/h}$  匀速行驶,调度中心要求列车在站台精准停车(停车位置误差不超过  $0.1 \text{ m}$ ),且到站时刻应比不制动匀速通过站台慢 2 分钟(120 秒)。已知不制动匀速通过站台的时刻为 15:40,因此列车必须在 15:42 到达站台(允许误差  $\pm 0.5 \text{ s}$ )。

列车制动系统有电制动(再生制动)和空气制动协同工作:

- 电制动:制动力与当前速度成正比  $F_e = c_1 v$ ,其中  $c_1$  为点制动系数(单位  $\text{N}\cdot\text{s}/\text{m}$ )。电制动可将列车动能转换为电能回馈电网,回收率为 0.8。
- 空气制动:在速度低于阈值  $v_s$ (单位  $\text{m/s}$ )时提供恒定制动力  $F_b = 20000 \text{ N}$ ,能量全部耗散为摩擦热。
- 空气阻力:  $F_{\text{air}} = kv^2$ ,其中  $k = 4.0 \text{ kg}/\text{m}$ 。
- 列车总质量  $M = 240 \text{ t}$ (含载客)。
- 为保证乘客舒适度,列车制动过程中的最大减速度不得超过  $1.2 \text{ m/s}^2$ 。
- 列车可以在距离站台一定范围内任意选择制动起点,即制动距离  $S$ (从制动开始到停止的位移)是一个可变的决策变量,取值范围为  $1500 \text{ m} \leq S \leq 3000 \text{ m}$ 。

### 需要解决的问题

#### 1. 精准停站与准时到站

电制动系数  $2000 \text{ N}\cdot\text{s}/\text{m} \leq c_1 \leq 6000 \text{ N}\cdot\text{s}/\text{m}$  和空气制动介入速度阈值  $5 \text{ m/s} \leq v_s \leq 15 \text{ m/s}$  确保列车精准停站与准时到站。针对不同组合的可行方案  $(c_1, v_s)$  给出相应的制动距离以及到达时间,同时验证该方案是否满足舒适度约束。

#### 2. 最大化再生制动能量回收

以回收的电能最多为目标,找出最优的参数组合  $(c_1, v_s)$ ,及对应的制动距离  $S$  与最大回收能量  $E_{\text{regen}}$ 。并讨论若允许准点误差放宽到  $\pm 2 \text{ s}$ ,最优回收能量能提高多少并给出分析与数值结果。

#### 3. 多因素下的制动优化

在前两问的基础上,列车行进过程中地形并非完全平直,存在坡道和弯道。同时,车辆制动系统的参数存在制造和环境影响下的不确定性。要求在开环制动(即相关参数不实时调整)下,求解相应的参数,使得在最坏的情况下仍能满足准时、精准停车的要求,并最大化再生制动能量回收。

路线条件:

$$\text{坡度: } i(x) = \begin{cases} +8, & 0 \leq x < 400 \text{ m} \\ -6, & 400 \leq x < 1000. \\ +4, & 1000 \leq x < S \end{cases}$$

$$\text{弯道: } R = \begin{cases} 400, & 200 \leq x < 500 \\ 800, & 800 \leq x < 1100 \\ 0, & \text{else} \end{cases}, \text{ 弯道阻力系数 } c_2=600/R, \text{ 限速 } v_R = \sqrt{R/11.8}, \text{ 阻}$$

力公式为  $F_R = c_2 M g$ 。

参数条件：实际值服从独立正态分布： $c_1 \sim \mathcal{N}(\bar{c}_1, (0.05\bar{c}_1)^2)$ ， $v_s \sim \mathcal{N}(\bar{v}_s, (0.03\bar{v}_s)^2)$ 。其中  $\bar{c}_1 \in [2000, 6000]$ ， $\bar{v}_s \in [5, 15]$ 。参数全部考虑  $3\sigma$  区间的最坏情况。